

## РЕЦЕНЗИЯ

по дисертация за получаване на  
образователната и научна степен „доктор“

Автор на дисертацията: Мария Лимбъри

Тема на дисертацията: Оптимални многонивови методи  
за конформни квадратични, биквадратични и би-  
кубични крайни елементи  
профессионално направление 4.5 „Математика“  
специалност „Изчислителна математика“

от доц. д-р Иван Димов Лирков

### 1. Актуалност на темата

В дисертацията са разработени и изследвани AMLI преобусловители за решаване на двумерни гранични задачи след дискретизация с конформни крайни елементи. Предмет на изследване са методи, които се основават на йерархични базисни разделяния при дискретизация с квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи, както и нейерархични базисни разделяния при дискретизация с квадратични крайни елементи. Смятам, че актуалността на тематиката е безспорна.

### 2. Основни цели

- Разработване и изследване на оптимални многонивови преобусловители, които се основават на йерархични и нейерархични базисни разделяния при дискретизация с конформни квадратични крайни елементи.
- Разработване и изследване на оптимални многонивови преобусловители за дискретизация с конформни биквадратични и бикубични крайни елементи.

### 3. Обзор на съдържанието на дисертацията

Дисертацията съдържа 131 страници, състои се от увод, 4 глави, заключение и списък на цитираната литература със 75 заглавия на български и английски. Включени са 19 таблици и 34 фигури.

В Увода са формулирани целите на дисертацията, използваната методология за осъществяването им, кратко е изложено съдържанието. Приложени са списъци

на публикациите по темата на дисертацията, на изнесени доклади и на научни проекти.

Първа глава има въвеждащ характер. В нея са представени известни факти, използвани на различни етапи от изследванията в дисертацията. Формулирана е изходната диференциална задача.

Втора глава е посветена на конструирането, анализа и приложението на оптимални многонивови преобусловители, които се основават на йерархични базисни разделяния при дискретизация с конформни квадратични крайни елементи. Получена е елементна матрица на коравина и е показана основна трансформация между базисните функции на два различни крайни елемента. Описани са основните техники за получаване на йерархични двунивови разделяния. Получени са оценки за константата в усиленото неравенство на Cauchy-Bunyakowski-Schwartz и за числото на обусловеност на двунивовия преобусловител, асемблиран от макроелементните допълнения на Schur, както и на преобуславящата матрица за първия блок на матрицата на коравина. Получени са условия за оптималност на изследвания многонивов метод.

В трета глава са построени робастни многонивови преобусловители за йерархични базисни разделяния при дискретизация с конформни биквадратични и бикубични крайни елементи. Те са получени за задачи, при които областта е правоъгълен полигон. Сгъстяването на мрежата на всяка стъпка се извършва по едно от координатните направления. Разгледани са равномерен и балансиран подход за сгъстяване на мрежата. Получени са оценки на константата в усиленото неравенство на Cauchy-Bunyakowski-Schwartz за равномерна и балансирана процедура на сгъстяване за конформни биквадратични и бикубични крайни елементи. Доказани са условия за оптималност на изследвания многонивов метод за равномерна и балансирана процедура на сгъстяване за конформни биквадратични и бикубични крайни елементи.

Четвърта глава е посветена на конструирането и изследването на робастни многонивови преобусловители, основавани на нейерархични базисни разделяния при дискретизация с конформни квадратични крайни елементи. Конструиран е многонивов метод чрез апроксимация на допълнението на Schur върху редица от вложени разширени мрежи. Конструиран е и е анализиран оператор на изглаждане. Доказана е оценка за грешката от прилагането на двунивовия преобусловител.

Във всяка глава са представени резултати от числени експерименти, които потвърждават изводите, направени въз основа на теоретичните оценки.

#### **4. Научни и научно-приложни приноси**

Основните приноси в дисертацията са в областта на приложение на преобусловители от класа на алгебрични многонивови методи за решаване на гранични задачи от втори ред при дискретизация с конформни квадратични, биквадратични и бикубични крайни елементи. Анализирано е спектралното число на обусловеност като е доказана равномерна оценка на константата в усиленото неравенство на Cauchy-Bunyakowski-Schwartz. Конструирани са оптимални AMLI преобусловители за йерархични базисни разделяния при дискретизация с конформни биквадратични и бикубични крайни елементи. Изследвана е техника за получаване на робастни многонивови преобусловители за решаване на силно анизотропни задачи, дискретизирани с конформни квадратични крайни елементи.

#### **5. Публикации по темата на дисертацията**

Включени са 8 публикации, от които 7 в списания с импакт-фактор и в специализирани международни издания.

#### **6. Научна дейност**

Мария работи в областта на многонивови методи за конформни крайни елементи. Участвала е в 3 проекта, финансиирани от фонд „Научни изследвания“ и 1 международен проект.

#### **7. Автореферат**

Авторефератът и авторската справка пълно и точно отразяват съдържанието на дисертацията и основните приноси, представени за защита.

#### **8. Критични бележки**

Изложението е ясно и много добре илюстрирано с конкретни примери. Нямам съществени критични бележки към дисертацията. На стр. 44 в първата публикация е пропуснато името Маргенов, в първата формула на стр. 51 и в края на доказателството на стр. 65 са пропуснати квадрат на  $\max_\gamma$  и  $\min$  пред  $\mu_1$ , сгрешени са номера на фигури на стр. 79 и 80, а в автореферата липсва номер на фигура на стр. 22. Тези забележки в никакъв случай не омаловажават получените от Мария Лимбъри резултати, които представляват оригинални приноси в областта на разработването, изследването и реализацията на оптимални многонивови преобусловители за двумерни елиптични гранични задачи.

## 9. Заключение

Като имам предвид актуалността на тематиката и значимостта на научните приноси, считам, че дисертацията напълно удовлетворява изискванията на ЗРАС, ППЗРАС, както и изискванията в правилниците на БАН и ИИКТ-БАН. Предлагам на Мария Лимбъри да бъде дадена

образователната и научна степен „Доктор“

в професионално направление 4.5 „Математика“, специалност „Изчислителна математика“.

5 септември 2013 г.

София